

## Opleiding Wiskunde

### Bachelorprojecten 2021-2022

**Titel: Veelterminterpolatie met meerdere variabelen**

Promotor: prof. dr. J. Van der Jeugt

Vak: Numerieke analyse

In de cursus numerieke analyse werd veelterminterpolatie voor een functie van één variabele  $x$  uitvoerig besproken, en werden meerdere vormen van de interpolatieveelterm ingevoerd. Als men overgaat naar meerdere variabelen, stellen er zich heel wat problemen. Afhankelijk van de 'grid' is de interpolatieveelterm niet noodzakelijk uniek.

In dit bachelorproject maak je jezelf enigszins vertrouwd met multivariate veelterminterpolatie aan de hand van een toegankelijk artikel "Multivariate Polynomial Interpolation in Newton Forms" van R.D. Neidinger (SIAM Review, vol. 61, no. 2, p. 361-381, 2019). Je verwerkt de theorie uit dit artikel, en werkt de vele voorbeelden in detail uit.

Referentie:

- <https://browzine.com/libraries/2161/articles/308079098>
- 

**Titel: Algoritmen uit de computationele meetkunde**

Promotor: prof. dr. Veerle Fack

Vakken: Optimalisatie / Algoritmen en Optimalisatie

Het is de bedoeling om algoritmen te bestuderen voor problemen zoals het bepalen van de convexe omhullende van een puntenverzameling, het bepalen van alle snijpunten van een reeks segmenten in het vlak, het bepalen van een triangulatie van een veelhoek, e.d. Voor deze problemen zijn de eenvoudige exhaustieve algoritmen te traag, maar er bestaan geavanceerde algoritmen die steunen op standaard algoritmische ontwerpstechnieken (zoals verdeel-en-heers, gebruik van datastructuren, e.d.) Verder is het ook de bedoeling om de bruikbaarheid van deze algoritmen in toepassingen (bijvoorbeeld in de geografische informatiewetenschappen) te bestuderen.

Referentie:

- Mark de Berg, et al, "Computational Geometry: Algorithms and Applications", Springer, 2008.
- 

**Titel: Bepaling van de rente met behulp van een convex optimalisatiemodel**

Promotor: prof. dr. Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde en Optimalisatie

De bepaling van één enkele rentecurve is een belangrijk en goed bestudeerd probleem van inverteren. Om de aannemelijk rentecurves uit de oneindige reeks van mogelijke rentecurves te selecteren, moeten voorwaartse rentevoeten worden gebruikt in de regularisatie. Door discretisatie van de rentecurve wordt het inverteringsprobleem geformuleerd als een convex optimalisatievraagstuk dat efficiënt kan opgelost worden met behulp van bestaande oplossingstechnieken. Dit convex

optimalisatievraagstuk kan onder meer wissels, obligaties, certificaten van deposito's, voorwaartse rente-akkoorden en renteswaps modelleren met behulp van zowel gelijkheid- als ongelijkheidsrestricties afkomstig van vraag- en aanbodkoersen. De bedoeling is om dit convexe optimalisatievraagstuk te bestuderen op basis van het artikel vermeld in de referentie. In het bijzonder is er de vraag of er een globaal extremum kan gevonden worden of enkel een lokaal extremum.

Referentie:

- Jörgen Blomvall: Measurement of interest rates using a convex optimization model, *European Journal of Operational Research* **256**(2017), 308-316, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.05.053>
- 

### **Titel: Optimale herverzekering met meerdere herverzekeraars**

Promotor: prof. dr. Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde en Optimalisatie

Dit onderwerp gaat over het optimaliseren van een herverzekeringsprobleem waarbij de herverzekering gespreid wordt over meerdere herverzekeraars. Zowel de verzekeraar als de herverzekeraars maken gebruik van vervormingsmaten en mogen onderling van mening verschillen over het onderliggend verzekeringsrisico. Dit verschil kan voortvloeien uit bijvoorbeeld asymmetrische informatie doordat ze over verschillende data beschikken. De bedoeling is dit minimalisatieprobleem te bestuderen waarbij een karakterisering van de optimale herverzekeringsvergoedingen opgesteld wordt. De optimalisatie gebeurt zowel zonder als met budgetrestrictie, waaronder verstaan wordt dat er een bovengrens gelegd wordt op de totale premie. Ten slotte kan het probleem geïllustreerd worden a.d.h.v. een voorbeeld dat gebruik maakt van conditionele value at risk.

Referentie:

- Tim J. Boonen, Mario Ghossoub: Optimal reinsurance with multiple reinsurers: Distortion risk measures, distortion premium principles, and heterogeneous beliefs, *Insurance: Mathematics and Economics*, **101**(2021), 23-37, <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2020.06.008>
- 

### **Titel: Gemiddelde variantie-portefeuilletheorie in het geval van niet-Gaussische rendementen**

Promotor: prof. dr. Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde en Optimalisatie

De gemiddelde-variantie-portefeuilletheorie is nog steeds populair als investeringsindicator vanwege haar eenvoud, het hebben van een oplossing in gesloten vorm, en de beschikbaarheid van robuuste schatters. Tegelijkertijd krijgt deze theorie ook kritiek omdat ze de hogere momenten van niet-Gaussische rendementen negeert. De bedoeling van dit bachelorproject is de theorie van de gemiddelde-variantie-portefeuille te combineren met niet-Gaussische rendementen door onder alle portefeuilles op de efficiënte grens van de gemiddelde-variantie-portefeuille deze te identificeren die een gekozen hoger-momentcriterium optimaliseert. Dit kan verder geïllustreerd worden met behulp van numerieke simulaties.

Referentie:

- Nathan Lassance: Reconciling mean-variance portfolio theory with non-Gaussian returns, *European Journal of Operational Research* **297**(2022), 729-740; <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.06.016>
-

Promotor: prof. dr. Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde en/of Optimalisatie

**Een onderwerp gebaseerd op een van de volgende artikels:**

- Ka Chun Cheung, Sheung Chi Phillip Yam, Fei Lung Yuen, Yiyang Zhang: Concave distortion risk minimizing reinsurance design under adverse selection, *Insurance: Mathematics and Economics*, 91(2020), 155–165, <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2020.02.001>
- Matthias A. Fahrenwaldt, Chaofan Sun: Expected utility approximation and portfolio optimization, *Insurance: Mathematics and Economics*, 93(2020), 301–314, <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2020.05.010>
- Juuso Liesiö, Peng Xu, Timo Kuosmanen: Portfolio diversification based on stochastic dominance under incomplete probability information, *European Journal of Operational Research*, 286(2020), 755–768, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.03.042>
- Fangda Liu, Jun Cai, Christiane Lemieux, Ruodu Wang: Convex risk functionals: Representation and applications, *Insurance: Mathematics and Economics*, 90 (2020), 66–79, <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2019.10.007>
- Zhe Sun, Xiaoqi Yang: A generalized Newton method for a class of discrete-time linear complementarity systems, *European Journal of Operational Research*, 286 (2020), 39–48, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.03.058>

---

**Titel: Krylov-deelruimte-methoden**

Promotor: prof. dr. Marnix Van Daele

Vak: Numerieke analyse

Krylov-deelruimte-methoden zijn iteratieve methoden die worden gebruikt bij het oplossen van tal van problemen uit de numerieke lineaire algebra:

- om grote stelsels lineaire vergelijkingen op te lossen, bvb. CG (conjugate gradient) of GMRES (Generalized minimal residual method)
- om eigenwaarden te bepalen van grote matrices (Arnoldi en Lanczos)
- om de exponentiële van een matrix te benaderen

Het idee is dat de oplossing gezocht wordt in een Krylov-deelruimte. Een Krylov deelruimte, gegenereerd door een matrix  $A$  en een vector  $b$ , wordt opgespannen door de vectoren  $b, Ab, A^2 b, \dots$ . Het doel van dit bachelorproject is om enkele van deze algoritmen te bestuderen en te bespreken.

Referenties:

- S. Fan, An Introduction to Krylov Subspace Methods <https://arxiv.org/pdf/1811.09025v1.pdf>
- Ilse C.F. Ipsen and Carl D. Meyer, The Idea Behind Krylov Method <http://www.maths.lth.se/na/courses/NUM115/NUM115-05/krylov.pdf>

---

**Titel: Companion matrices**

Promotor: prof. dr. Marnix Van Daele

Vak: Numerieke analyse

In dit bachelorproject leggen we een verband tussen veeltermen en matrices.

Om de eigenwaarden van een  $n \times n$  matrix  $A$  te bepalen, wordt de karakteristieke vergelijking bepaald:  $\det(A - \lambda I) = 0$ . Dit geeft aanleiding tot een  $n$ -de graadsveelterm, waarvan de nulpunten precies de eigenwaarden zijn.

Omgekeerd kan men, gegeven een veelterm van graad  $n$  met hoogste graadcoëfficiënt gelijk aan 1, een  $n \times n$  matrix construeren waarvan de karakteristieke veelterm precies gelijk is aan deze veelterm.

Dit leidt tot de zogenaamde (Frobenius) companion matrix: een matrix met allemaal nullen, behalve op de eerste subdiagonaal (daar staan 1-en) en de laatste kolom (daar staan, op het teken na, de coëfficiënten van de veelterm).

De companion matrix heeft verschillende toepassingen: zo ontstaat de companion matrix op een natuurlijke manier wanneer hogere orde differentiaalvergelijkingen of hogere orde differentievergelijkingen omgezet worden naar eerste orde.

Een uitstekende inleiding tot companion matrices is te vinden op <https://nhigham.com/2021/03/23/what-is-a-companion-matrix/>

Er zijn verschillende zaken die kunnen bestudeerd worden. Naast het onderzoek van algemene eigenschappen van companion matrices, vermeld ik er twee ...

### 1. Fiedler companion matrices

In de (numerieke) lineaire algebra zijn er verschillende algoritmen die steunen op de companion matrix. Zo bvb. worden nulpunten van een veelterm in matlab steeds berekend als eigenwaarden van de bijhorende companion matrix.

De eerste stap in dat algoritme bestaat er dan in om de companion matrix te herleiden naar een boven Hessenberg-vorm, die in een tweede stap gediagonaliseerd wordt.

Fiedler heeft in 2003 ontdekt dat de eerste stap kan overgeslagen worden, door gebruik te maken van een andere manier om de companion matrix op te stellen: hij ontdekte verschillende eigenschappen in companion-matrices en slaagde er vervolgens in om, voor om het even welke graad van de veelterm, een companion matrix op te stellen die 5-diagonaal is.

Het doel van dit project is voornamelijk het werk van Fiedler te bestuderen, vertrekkend van het onderstaande artikel.

Referentie:

- Miroslav Fiedler, A Note on Companion Matrices, Linear Algebra Appl. 372, 325–331, 2003.

### 2. Veeltermen kunnen voorgesteld worden in verschillende basissen.

De meest voor de hand liggende basis is  $1, t, t^2, \dots$  maar deze is numeriek niet zo stabiel. Men kan ook kiezen voor bvb. een basis van orthogonale veeltermen.

Wanneer men dan de karakteristieke veelterm voorstelt in een basis van Chebyshev-veeltermen spreekt men niet meer over de companion matrix, maar over de colleague matrix (Good, 1961). In andere basissen spreekt men dan weer over comrade matrices (Barnett 1961).

Het doel van dit bachelorproject is de eigenschappen van en verbanden tussen deze matrices te bestuderen en om enkele (al dan niet numerieke) algoritmen te bespreken waarin deze matrices voorkomen.

Ook de ideeën van Fiedler kunnen in deze context bekeken worden.

Referentie:

- S. Barnett, Congenial matrices, Linear Algebra Appl., 41 (1981), pp. 277-298

---

## **Titel: Negative binomial regression**

Promotor: prof. dr. Stijn Vansteelandt

Vak: Statistiek III

In de analyse van tellingen (bvb. aantal epilepsie-aanvallen) wordt vaak gebruik gemaakt van Poisson regressiemodellen. Deze veronderstellen dat deze telling Poisson verdeeld is voor individuen met specifieke covariaatwaarden, met een gemiddelde dat

in detail geparametriseerd wordt. De Poisson veronderstelling blijkt echter vaak te falen in de praktijk. Men schakelt dan over naar een verwante klasse van Negative Binomial regressiemodellen.

Het doel van dit bachelorproject is om een studie te maken van beide klassen modellen, simulatiestudies op te zetten om het gedrag van de resulterende schatters te vergelijken en te besluiten met een toepassing op de analyse van een klinische studie.

---

**Titel: Variable importance**

Promotor: prof. dr. Stijn Vansteelandt

Vak: Statistiek III

In heel wat studies wenst men het belang van predictoren voor een uitkomst te kwantificeren. In de voorbije 2 jaar werden hiertoe flexibele procedures ontwikkeld, hetzij gebaseerd op lineaire regressie, hetzij gebaseerd op machinaal leren.

Het doel van dit bachelorproject is om een studie te maken van deze technieken en een bijhorend R-pakket, en om deze vervolgens toe te passen in een concrete data-analyse. De focus van dit project kan hetzij meer theoretisch zijn, met focus op de achterliggende asymptotische theorie, hetzij meer toepassingsgericht.

---