

HOOFDSTUK IV

Arbeid

INHOUD

- 4.1 Arbeid
- 4.2 Arbeid bij volumeverandering
- 4.3 Afhankelijkheid van arbeid van de gevolgde weg
en toepassing voor verschillende thermodynamische systemen

4.1 Arbeid

Arbeid = product van kracht met verplaatsing van het systeem in de richting van de kracht

Uitwendige arbeid

stelsel

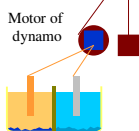
omgeving

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Inwendige arbeid

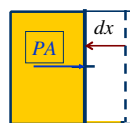


Verplaatsen,... van een voorwerp



- Positieve arbeid=arbeid verricht op het systeem
- Negatieve arbeid=arbeid verricht door het systeem

4.2 Arbeid bij volumeverandering



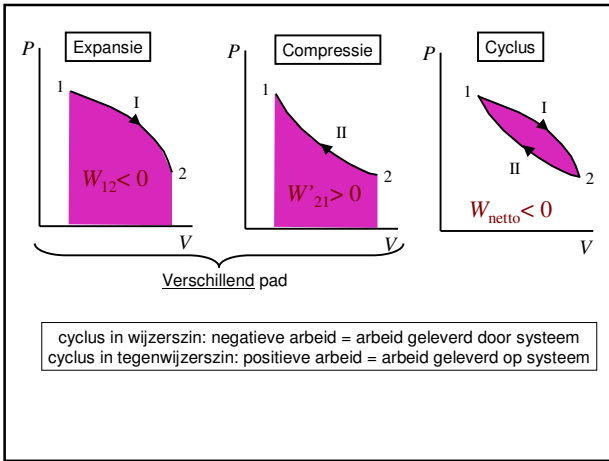
Infinitesimale verplaatsing - arbeid verricht op systeem :
 $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = P \underbrace{A dx}_{dV} = -PdV$

Eindig quasistatisch proces : $W_{if} = - \int_{V_i}^{V_f} PdV$

Voor een uitzetting van het systeem van V_f naar V_i langs hetzelfde pad :

$$W_{fi} = - \int_{V_f}^{V_i} PdV = + \int_{V_i}^{V_f} PdV = -W_{if}$$

W_{fi} is de arbeid geleverd op het systeem, en dus negatief in dit geval.



4.3 Afhangelijkheid van de arbeid van de afgelegde weg

$$W_{\text{cyclus}} = W_{12}(I) + W_{21}(II)$$

$$= -|W_{12}(I)| + |W_{21}(II)| < 0$$

$$\Downarrow$$

$$|W_{12}(I)| > |W_{21}(II)|$$

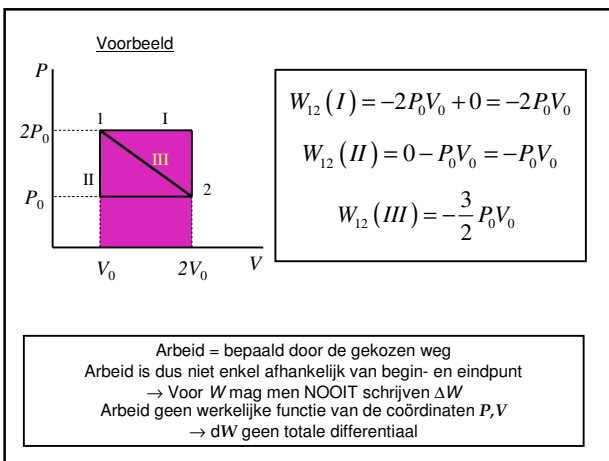
→ Proces van 1 naar 2 via II :

$$W_{12}(II) = -W_{21}(II)$$

$$|W_{12}(II)| = |W_{21}(II)|$$

$$|W_{12}(I)| > |W_{12}(II)| \quad \text{allebei negatief}$$

$W_{12}(I) < W_{12}(II)$ Arbeid afhankelijk van de weg



$$W_1 \stackrel{\text{def}}{=} F_1 d \cos \theta = F_1 h \cos 0^\circ \stackrel{F_1 \text{ moet zwaartekracht compenseren}}{=} (mg) h = m g h$$

$$W_2 \stackrel{\text{def}}{=} F_2 d \cos \theta = F_2 L \cos 0^\circ \stackrel{F_2 \text{ moet een component van zwaartekracht compenseren}}{=} (m g \sin \phi) L = m g \frac{h}{L} L = m g h = W_1$$

Isobare compressie of expansie van een gas

$P = \text{cte}$

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = -P \int_{V_i}^{V_f} dV = -P(V_f - V_i)$$

Isotherme compressie of expansie van een *ideaal* gas

$T = \text{cte}$

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = - \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Isotherme toename van de druk op een vaste stof

$T = \text{cte}$

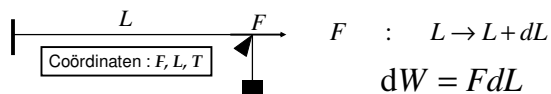
$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

$dV?$

$$dV = \underbrace{\left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T}_{-\kappa V} dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT$$

$$W = - \int_{P_i}^{P_f} -\kappa V P dP \approx \kappa V \int_{P_i}^{P_f} P dP = \frac{\kappa V}{2} (P_f^2 - P_i^2) = \frac{\kappa n}{2\rho} (P_f^2 - P_i^2)$$

Lengteverandering van een gespannen snaar

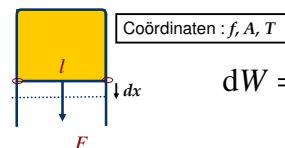


$$W = \int_{L_i}^{L_f} F dL$$

$$W = \int_{L_i}^{L_f} \text{cte} (L - L_0) dL = \int_{L_i}^{L_f} \text{cte} (L - L_0) d(L - L_0)$$

$$W = \frac{\text{cte}}{2} \left[(L_f - L_0)^2 - (L_i - L_0)^2 \right]$$

Verandering van de oppervlakte van een oppervlaktefilm



Oppervlaktetension :

$$f = \frac{F}{2l}$$

$$W = \int_{A_i}^{A_f} f dA$$

Verandering van de lading van een omkeerbare elektrische cel

a. $V_{\text{cel}} > V_{\text{ext}}$ infinitesimaal Galvanische cel

- i_{conv} van $+$ \rightarrow $-$, de hoeveelheid lading die stroomt dZ is negatief
- De cel levert arbeid, ontlaaft

b. $V_{\text{cel}} < V_{\text{ext}}$ infinitesimaal Elektrolytische cel

- i_{conv} van $-$ \rightarrow $+$, de hoeveelheid lading die stroomt dZ is positief
- Er wordt arbeid geleverd op de cel, De cel wordt opgeladen

Coördinaten : V_{ϵ}, Z, T

De arbeid geleverd op de cel, is positief : $dW = V_{\epsilon} dZ$

$$W = \int_{Z_i}^{Z_f} V_{\epsilon} dZ = \int_{t_i}^{t_f} V_{\epsilon} i dt$$

Verandering van de polarisatie van een diëlectricum

$dW = V_{\epsilon} dZ = E l dZ = E l A dD = V E dD$

met $dD = \epsilon_0 dE + dP = \epsilon_0 dE + \frac{d\Pi}{V}$

$$dW = A l E dD = \epsilon_0 A l E dE + A l E \frac{d\Pi}{V}$$

Arbeid nodig om elektrische veldsterkte te vergroten

Arbeid nodig om het dipoolmoment van het diëlectricum te vergroten

$$dW = E d\Pi$$

$$W = \int_{\Pi_i}^{\Pi_f} E d\Pi$$

Verandering van de magnetisatie van een magnetisch materiaal

Magnetisch materiaal in toroïdale winding

Bij constante stroom : uniforme inductie $B = \mu_0 \frac{iN}{L}$ in lege winding

Wanneer een magnetisch materiaal aanwezig is en een veld H wordt aangelegd, ontstaat in het medium een effectieve inductie B

$$B = \mu_0 (H + \mathcal{M}) = \mu_0 \left(H + \frac{M}{V} \right)$$

Regelbare stroomsterkte : inductie verandert met bedrag dB in tijdsspanne dt

Wet van Faraday : er ontstaat een ems $V_{\epsilon} = -\frac{d\phi}{dt} = -NA \frac{dB}{dt}$

De bijdrage tot de veldsterkte in het materiaal veroorzaakt door de stroom in de windingen :

$$H = \frac{Ni}{L} = \frac{NAi}{LA} = \frac{NAi}{V}$$

$$dW = -V_{\epsilon} dZ = NA \frac{dB}{dt} dZ$$

$$dW = NA \frac{dZ}{dt} dB = NA i dB$$

$dW = NA i dB \rightarrow dW = V H dB$

$dB = \mu_0 dH + \mu_0 \frac{dM}{V}$

$$dW = \mu_0 V H dH + \mu_0 H dM$$

Arbeid nodig om magnetische veldsterkte in lege toroïde te vergroten

Arbeid nodig om het magnetisch moment van het materiaal te veranderen

$$dW = \mu_0 H dM$$

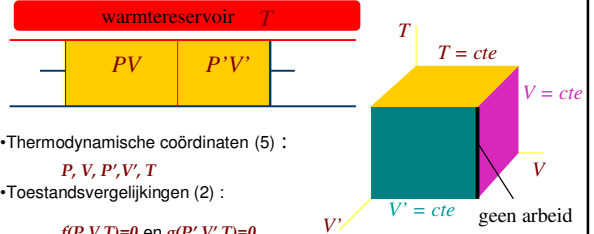
$$W = \mu_0 \int_{M_i}^{M_f} H dM$$

... samengevat

Systeem	Intensieve gr	Extensieve gr	Arbeid
Hydrost. syst.	P	V	PdV
Gespannen draad	F	L	FdL
Oppervlaktefilm	f	A	γdA
Elektrische cel	V_ϵ	Z	$V_\epsilon dZ$
Diëlectricum	E	Π	$Ed\Pi$
Magnetische stof	H	M	$\mu_0 HdM$

4.3 Samengestelde systemen

Voorbeeld : gassen in 2 reservoirs



• Thermodynamische coördinaten (5) :

$$P, V, P', V', T$$

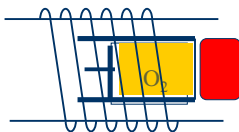
• Toestandsvergelijkingen (2) :

$$f(P, V, T) = 0 \text{ en } g(P', V', T) = 0$$

↓
3 van de vijf thermodynamische coördinaten onafhankelijk
Vb. T, V, V' of T, P, P'

$$dW = -PdV - P'dV'$$

Voorbeeld : Paramagnetisch gas in magnetisch veld



• Thermodynamische coördinaten (5) :

$$P, V, H, M, T$$

• Toestandsvergelijkingen (2) :

$$f(P, V, T) = 0 \text{ en } g(H, M, T) = 0$$

↓
3 van de vijf thermodynamische coördinaten onafhankelijk

$$dW = -P dV + \mu_0 H dM$$

$$\text{Algemeen : } dW = YdX + Y'dX' + Y''dX'' + \dots$$

